

THEORIE DES NOMBRES
BESANCON

Années 1981-1982
et 1982-1983

CALCUL APPROCHE DE LA SERIE D'IWASAWA
POUR LES CORPS QUADRATIQUES ($p = 3$)

Shinju KOBAYASHI

CALCUL APPROCHE DE LA SERIE D' IWASAWA
 POUR LES CORPS QUADRATIQUES (p = 3)

par Shinju KOBAYASHI

1. Soit p un nombre premier et χ un caractère de Dirichlet pair. Nous supposons p impair puisqu'il s'agira d'un calcul pour $p=3$. On sait que la fonction L p -adique $L_p(s, \chi)$ a une représentation par une série formelle. Pour expliciter cette représentation, soit χ de conducteur dp^j avec $p \nmid d$, $j \geq 0$ et soit $\chi = \theta \psi$ sa décomposition en facteur de genre 1 et de genre 2 : θ est de conducteur divisant dp et ψ est de conducteur p^j et d'ordre p^{j-1} (ψ est non-trivial seulement si $j \geq 2$). Alors il existe un élément $f(T; \theta)$ du corps quotient de $\Lambda = \mathfrak{D}_\theta[[T]]$ ($\mathfrak{D}_\theta =$ l'anneau des entiers du corps K_θ engendré par les valeurs de θ sur \mathbb{Q}_p tel que :

$$L_p(s, \chi) = f(\psi(1+q_0)^{-1} (1+q_0)^s - 1; \theta), \quad q_0 = dp.$$

2. Iwasawa a donné $f(T; \theta)$ comme la limite projective de l'image par $\theta^{-1} \omega$ ($\omega =$ le caractère de Teichmüller) des éléments de Stickelberger.

Soient $q_n = dp^{n+1}$, $K_n = \mathbb{Q}(\zeta_{q_n})$, $\Gamma_n = G(K_n/K_0)$, $G(K_n/\mathbb{Q}) = \Delta \times \Gamma_n$ la décomposition de $G(K_n/\mathbb{Q})$ telle que $\Delta \cong G(K_0/\mathbb{Q})$, et enfin $\delta : \mathbb{Z} \rightarrow \Delta$ et $\gamma_n : \mathbb{Z} \rightarrow \Gamma_n$ les applications d'Artin. θ et ω sont donc des caractères de Δ et ψ est un caractère de Γ_n ($n+1 \geq j$).

On définit alors :

$$\xi_n = -\frac{1}{q_n} \sum_{\substack{0 < a < q_n \\ (a, q_0) = 1}} a \delta(a)^{-1} \gamma_n(a)^{-1} \in \mathbb{Q}_p[\Delta \times \Gamma_n],$$

et on prend son image par $\theta^{-1} \omega$:

$$\xi_n(\theta) = \theta^{-1} \omega(\xi_n) = -\frac{1}{q_n} \sum_a \theta \omega^{-1}(a) \gamma_n(a)^{-1} \in K_\theta[\Gamma_n].$$

Dans le cas $\theta \neq 1$, on a $\xi_n(\theta) \in \mathfrak{D}_\theta[\Gamma_n]$ et la famille $\{\xi_n(\theta)\}$ a une limite dans $\varprojlim \mathfrak{D}_\theta[\Gamma_n]$ (définie par la projection $\Gamma_m \rightarrow \Gamma_n$ pour $m \geq n$). Alors $f(T; \theta)$ est la série qui correspond à $\lim \xi_n(\theta)$ dans l'isomorphisme $\varprojlim \mathfrak{D}_\theta[\Gamma_n] \rightarrow \Lambda$ défini par $\lim \gamma_n(1+q_0) \mapsto 1+T$. A noter que Γ_n est un groupe cyclique d'ordre p^n engendré par $\gamma_n(1+q_0)$.

On a en particulier :

$$f(T; \theta) \equiv - \sum_{i=1}^{p^n} \left(\frac{1}{q_n} \sum_{\gamma_n(a) = \gamma_n(1+q_0)^i} \theta \omega^{-1}(a) \right) (1+T)^{p^n-i} \pmod{(1+T)^{p^n} - 1}.$$

Pour plus de détails, voir L. Washington, Introduction to cyclotomic fields, Springer-Verlag.

3. Degré d'approximation. Dans le développement

$$(1+T)^{p^n} - 1 = \sum_{i=1}^{p^n-1} \binom{p^n}{i} T^i + T^{p^n}, \text{ on a (} v \text{ étant la valuation } p\text{-}$$

adique) :

$$\begin{aligned} v \left[\binom{p^n}{i} \right] &= v \left[p^n (p^n - 1) \dots (p^n - i + 1) / i! \right] \\ &= v \left[p^n \cdot 1 \dots (i-1) / i! \right] \\ &= n - v(i). \end{aligned}$$

Par conséquent, si $f(T) = \sum a_k T^k$ et $g(T) = \sum b_k T^k$ sont deux éléments de Λ et si $f \equiv g \pmod{(1+T)^{p^n} - 1}$, on a, pour $k < p^n$,

$$a_k \equiv b_k \pmod{p^\alpha}, \quad \alpha = \min_{1 \leq i \leq k} (n - v(i)).$$

Donc le calcul au niveau q_n ne donne pas tous les coefficients de $f(T; \theta)$ modulo p^n . Toutefois, on a toujours $\alpha > 0$.

4. Le calcul effectué. C'est le cas des caractères quadratiques réels $\chi = \theta$ et $p = 3$, donc $\mathfrak{D}_\theta = \mathbb{Z}_3$ et $\Lambda = \mathbb{Z}_3[[T]]$. Dans ce

cas , la série est à rapprocher plutôt du corps imaginaire correspondant au caractère miroir $\theta \omega$: le terme constant est égal à $(1 - \theta \omega(3))$ fois le nombre de classes du corps imaginaire , le degré de Weierstrass de la série est égal à l'invariant d'Iwasawa λ de ce corps , ... etc . C'est pourquoi nous avons paramétrisé la table par $\mathbb{Q}(\sqrt{-m})$ correspondant au $\theta \omega$.

Nous avons envisagé principalement de déterminer le polygone de Newton du polynôme distingué associé à $f(T; \theta)$ et donc nous n'avons pas poussé l'approximation plus loin . Rappelons que le polygone de Newton d'un polynôme $\sum_{k=0}^m a_k T^k \in \mathbb{Z}_p[T]$ est l'enveloppe d'en bas des points $(k, v(a_k))$, $k = 0, \dots, m$. Il donne la valuation des racines du polynôme de la manière suivante :

s'il y a un côté de coefficient d'inclinaison $-\alpha$ et de longueur (horizontale) m_1 , le polynôme possède m_1 racines de valuation p -adique α . A noter que si $f(T; \theta) = uP$, où P est un polynôme distingué et $u \in \Lambda^\times$, les polygones pour $f(T; \theta)$ et P coïncident dans l'intervalle $[0, \deg P]$.

Tous les calculs ont été faits sur le mini-ordinateur OKITAC - 4300 C de notre laboratoire à Chiba .

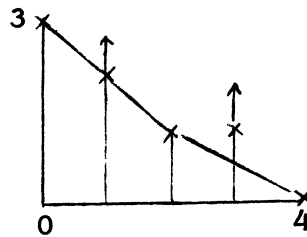
5. Table 1 (p. 1 ~ 59) . C'est le résultat du calcul au niveau q_2 pour les $m < 10000$ pour lesquels le terme constant de la série $\equiv 0 \pmod{3}$. A ce niveau - là , on ne peut obtenir d'information que sur les coefficients a_0, \dots, a_8 de $f(T; \theta)$. C'est un hasard si l'on a $\lambda =$ degré de Weierstrass ≤ 8 pour tous les cas étudiés .

Les chiffres sont , de gauche à droite :

m , la décomposition en composantes primaires de q_2 (quand $m \not\equiv 0 \pmod{3}$) , nous avons mis 27 à la fin) et les valeurs approchées de

$-a_0, \dots, -a_8$ (i.e. les coefficients de $-f(T; \theta)$). Parmi ces coefficients on a $a_0 = (1 - \theta w(3)) \times h(\mathbb{Q}(\sqrt{-m}))$. Lorsque $1 - \theta w \neq 0$, i.e. $m \not\equiv 2 \pmod{3}$, nous avons noté $q \sim, 3 \cdot 3 \sim, \dots$ etc. à côté de $-a_0$ suivant que le 3-groupe des classes est isomorphe à $\mathbb{Z}/q\mathbb{Z}$, $\mathbb{Z}/3\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/3\mathbb{Z}$, ... etc.

Comme nous avons remarqué plus haut, le calcul au niveau q_n donne a_0, a_1 et a_2 modulo 3^n et a_3, \dots, a_8 modulo 3^{n-1} . Par exemple, pour $m = 41$, on a -2 ($-a_3$ au niveau q_2) $\not\equiv 19$ ($-a_3$ au niveau q_4) $\pmod{3^2}$ (voir Table 2). Pour la plupart des cas, Table 1 suffit pour déterminer le polygone de Newton, même s'il reste encore des coefficients marqués 0. C'est ainsi qu'on voit que le polynôme distingué associé est irréductible si $v(a_0) = 1$, qu'il est T- (polynôme irréductible) si $m \equiv 2 \pmod{3}$ et $v(a_1) = 1$, que le polygone est :



pour $m = 8746$ ($\uparrow x$ signifiant que le point $(i, v(a_i))$ est au moins à la hauteur de la marque x), ... etc.

6. Table 2 (p. 60 ~ 64). Elle complète Table 1 pour 280 cas indéterminés, en donnant le résultat du calcul juste suffisamment approfondi pour déterminer le polygone correspondant.

Les chiffres sont, de gauche à droite : m , n indiquant le niveau avec 3^n et les valeurs approchées de $-a_0, \dots, -a_8$.

Department of Mathematics
Faculty of Education
University of Chiba
Yayoicho, Chiba, Japan.

5 (4* 5* 27* 1* 1) 0 -4 -2 -3 -3 -8 -4 -5 -4	118 (8* 59* 27* 1* 1) 6 -5 -4 -5 0 0 4 4 2
11 (11* 27* 1* 1) 0 4 3 2 -7 -7 -1 -2 0	119 (7* 17* 27* 1* 1) 0 1 8 6 1 0 2 8 4
14 (8* 7* 27* 1* 1) 0 -3 -8 1 6 1 5 0 2	122 (8* 61* 27* 1* 1) 0 -8 -5 3 0 4 3 4 1
17 (4* 17* 27* 1* 1) 0 7 1 -2 -2 -3 0 -6 0	129 (4* 27* 43* 1* 1) 6 -4 -6 5 4 3 0 4 8
23 (23* 27* 1* 1) 0 -1 -4 -1 5 2 1 2 0	131 (131* 27* 1* 1) 0 -5 -3 -8 -4 -2 -2 -8 -4
26 (8* 13* 27* 1* 1) 0 -1 -3 -3 -6 0 -5 -3 -2	134 (8* 67* 27* 1* 1) 0 -1 -1 -1 -7 -4 -8 -3 -2
29 (4* 29* 27* 1* 1) 0 -4 -2 -2 -1 -8 -1 1 0	137 (4* 137* 27* 1* 1) 0 5 1 -3 4 5 6 5 0
31 (31* 27* 1* 1) 3 1 2 -6 -4 -6 -6 -5 -4	139 (139* 27* 1* 1) -6 -4 2 0 -1 -7 -7 -2 -8
35 (5* 7* 27* 1* 1) 0 -6 -2 7 2 -2 -7 -1 -2	143 (11* 13* 27* 1* 1) 0 -1 -4 -6 7 4 0 2 0
38 (8* 19* 27* 1* 1) 0 -1 0 0 6 2 8 5 6	146 (8* 73* 27* 1* 1) 0 -2 -1 4 0 2 8 5 6
41 (4* 41* 27* 1* 1) 0 0 -6 -2 -1 0 8 2 2	149 (4* 149* 27* 1* 1) 0 0 -4 -4 6 2 3 2 6
47 (47* 27* 1* 1) 0 0 -4 -1 -5 -7 -1 -8 -8	155 (5* 31* 27* 1* 1) 0 8 0 0 0 -4 -3 -2 -4
53 (4* 53* 27* 1* 1) 0 -5 -6 -1 4 7 7 4 0	157 (4* 157* 27* 1* 1) 6 -5 2 -2 -5 -7 -8 0 -4
59 (59* 27* 1* 1) 0 -8 0 -3 4 3 6 8 1	158 (8* 79* 27* 1* 1) 0 -6 -8 -1 -3 0 0 7 2
61 (4* 61* 27* 1* 1) 6 1 5 7 0 7 2 0 8	161 (4* 7* 23* 27* 1) 0 -1 -3 -5 -3 -6 -3 -8 -2
62 (8* 31* 27* 1* 1) 0 -2 3 4 4 0 4 2 3	167 (167* 27* 1* 1) 0 4 2 8 4 5 3 2 2
65 (4* 5* 13* 27* 1) 0 -3 4 6 5 6 7 6 1	170 (8* 5* 17* 27* 1) 0 -8 -4 6 1 7 5 0 4
71 (71* 27* 1* 1) 0 -8 3 8 2 0 4 7 2	173 (4* 173* 27* 1* 1) 0 -3 -1 5 3 1 5 6 7
74 (8* 37* 27* 1* 1) 0 0 5 0 -6 -8 -4 -6 -5	174 (8* 27* 29* 1* 1) 6 -4 -6 1 4 2 5 4 2
77 (4* 7* 11* 27* 1) 0 4 5 2 0 -8 -2 -8 -4	179 (179* 27* 1* 1) 0 1 1 0 3 3 2 8 6
83 (83* 27* 1* 1) 0 -4 -4 2 4 8 1 2 6	182 (8* 7* 13* 27* 1) 0 5 0 0 -6 -4 -1 -6 0
86 (8* 43* 27* 1* 1) 0 6 0 -4 -6 -4 0 -2 -7	185 (4* 5* 37* 27* 1) 0 -4 0 -4 -1 -4 -6 -1 -4
87 (27* 29* 1* 1) 3 7 1 -7 -1 -4 -8 -3 -4	186 (8* 27* 31* 1* 1) 6 0 -5 0 -4 2 6 8 0
89 (4* 89* 27* 1* 1) 0 -2 3 6 6 5 8 4 0	191 (191* 27* 1* 1) 0 -1 -1 3 1 2 0 7 6
95 (5* 19* 27* 1* 1) 0 1 4 8 7 1 -1 -1 0	194 (8* 97* 27* 1* 1) 0 5 2 -6 -8 0 -8 -7 -2
101 (4* 101* 27* 1* 1) 0 0 1 -8 -3 -5 0 -3 -1	197 (4* 197* 27* 1* 1) 0 -2 -2 6 0 3 2 0 0
106 (8* 53* 27* 1* 1) -3 2 8 1 -7 -2 -4 -7 -3	199 (199* 27* 1* 1) 9~0 -4 -8 -7 -7 -3 0 -2 -2
107 (107* 27* 1* 1) 0 0 -7 -3 -4 -5 -3 -1 -8	201 (4* 27* 67* 1* 1) -3 -2 -2 6 1 0 8 8 4
109 (4* 109* 27* 1* 1) -3 -1 6 -1 -5 -5 -8 -7 -8	202 (8* 101* 27* 1* 1) -3 -1 5 7 3 -6 -8 -3 -5
110 (8* 5* 11* 27* 1) 0 -1 -3 -8 -8 -8 0 0 0	203 (7* 29* 27* 1* 1) 0 -2 -4 -2 -1 -8 -3 -6 -2
113 (4* 113* 27* 1* 1) 0 6 -1 -8 -7 -8 -3 -2 -7	206 (8* 103* 27* 1* 1) 0 4 -4 -1 -5 -4 -8 -3 -1

209 (4* 11* 19* 27* 1) 0 7 2 1 -2 -7 -8 -3 -7	287 (7* 41* 27* 1* 1) 0 -6 -1 3 2 8 6 3 3
211 (211* 27* 1* 1* 1) -6 -3 -4 8 1 3 -5 -8 -2	290 (8* 5* 29* 27* 1) 0 4 8 1 -6 -1 0 -1 0
214 (8* 107* 27* 1* 1) -3 3 0 0 -4 -4 -2 -8 -7	293 (4* 293* 27* 1* 1) 0 -5 -2 -5 -5 -2 -1 -4 -1
215 (5* 43* 27* 1* 1) 0 5 2 8 1 -8 0 -3 -8	298 (8* 149* 27* 1* 1) -3 -1 6 4 -3 -6 -7 -2 -6
218 (8* 109* 27* 1* 1) 0 3 -4 0 0 0 8 2 0	299 (13* 23* 27* 1* 1) 0 -8 -4 -4 -2 3 2 2 8
221 (4* 13* 17* 27* 1) 0 2 1 -8 -7 -7 -8 -3 -6	302 (8* 151* 27* 1* 1) 0 6 0 7 2 6 -3 -4 -1
222 (8* 27* 37* 1* 1) -3 -4 -4 2 2 1 6 1 2	305 (4* 5* 61* 27* 1) 0 0 -3 2 7 2 3 8 3
227 (227* 27* 1* 1* 1) 0 3 1 -2 -7 0 -7 -7 -8	307 (307* 27* 1* 1) 3 -5 -1 -3 1 3 6 8 5
230 (8* 5* 23* 27* 1) 0 0 4 1 8 7 4 8 8	309 (4* 27* 103* 1* 1) -3 -3 4 1 -1 -8 -1 -7 -3
231 (27* 7* 11* 1* 1) -3 -3 -5 -5 -8 -2 -6 -6 -2	311 (311* 27* 1* 1) 0 6 0 6 4 1 5 3 4
233 (4* 233* 27* 1* 1) 0 1 7 1 -4 -2 -6 -4 0	314 (8* 157* 27* 1* 1) 0 8 0 -1 -8 -7 -6 -6 -6
237 (4* 27* 79* 1* 1) -3 4 -7 0 -2 -6 -5 -4 -6	317 (4* 317* 27* 1* 1) 0 2 7 1 -1 -1 -7 0 -4
239 (239* 27* 1* 1* 1) 0 6 -3 -3 0 3 2 2 4	318 (8* 27* 53* 1* 1) -3 -1 0 -7 -4 -8 -2 -7 -8
241 (4* 241* 27* 1* 1) -6 2 0 0 -8 -3 0 -6 -4	323 (17* 19* 27* 1* 1) 0 0 -8 -3 -6 -1 -6 -2 -5
246 (8* 27* 41* 1* 1) -3 2 8 0 2 -1 -8 -1 -7	326 (8* 163* 27* 1* 1) 0 1 7 2 6 7 7 5 4
247 (13* 19* 27* 1* 1) 6 4 3 -4 -6 -7 -6 -6 -3	327 (27* 109* 1* 1* 1) -3 -4 -5 -8 -6 -3 -2 -1 -4
249 (4* 27* 83* 1* 1) -3 3 4 -7 -5 -2 -7 0 -7	329 (4* 7* 47* 27* 1) 0 5 2 -7 -4 -7 -5 -3 -6
251 (251* 27* 1* 1* 1) 0 4 4 -2 -3 -7 -7 -1 -8	331 (331* 27* 1* 1* 1) 3 -4 5 -2 -6 -6 -8 -2 0
254 (8* 127* 27* 1* 1) 0 -2 1 1 2 6 1 6 6	334 (8* 167* 27* 1* 1) 3 0 -8 -8 0 -3 -6 -1 0
255 (27* 5* 17* 1* 1) -3 -1 -7 -7 -6 -4 -4 -1 -8	335 (5* 67* 27* 1* 1) 0 -5 4 6 4 0 0 0 6
257 (4* 257* 27* 1* 1) 0 -4 -4 -6 0 6 2 6 1	339 (27* 113* 1* 1* 1) -6 -1 -1 -2 0 0 1 1 0
262 (8* 131* 27* 1* 1) -3 -1 0 -1 -3 -7 -2 -2 -3	341 (4* 11* 31* 27* 1) 0 5 2 2 -5 -5 -8 -8 -2
263 (263* 27* 1* 1* 1) 0 4 -2 0 -4 -1 0 0 -7	347 (347* 27* 1* 1* 1) 0 4 2 6 8 1 8 6 0
266 (8* 7* 19* 27* 1) 0 1 8 8 3 5 4 1 8	353 (4* 353* 27* 1* 1) 0 -4 -4 -1 2 3 2 8 4
269 (4* 269* 27* 1* 1) 0 4 -1 -8 -5 -6 -8 -7 -3	358 (8* 179* 27* 1* 1) 6 5 -6 -1 -3 0 6 3 5
274 (8* 137* 27* 1* 1) 3 0 -6 6 1 6 4 6 5	359 (359* 27* 1* 1* 1) 0 2 3 1 0 4 8 2 4
277 (4* 277* 27* 1* 1) 6 4 -4 0 -6 5 6 8 7	362 (8* 181* 27* 1* 1) 0 -3 4 6 0 0 6 0 3
278 (8* 139* 27* 1* 1) 0 -2 0 -6 -3 0 -2 4 1	365 (4* 5* 73* 27* 1) 0 0 0 -6 4 5 0 3 1
281 (4* 281* 27* 1* 1) 0 -2 3 2 4 2 7 7 3	366 (8* 27* 61* 1* 1) 6 5 -5 0 -6 -1 -6 -1
283 (283* 27* 1* 1* 1) 3 -2 -2 -4 -3 -7 -1 6 2	367 (367* 27* 1* 1* 1) 9~0 2 -7 -1 0 1 3 0 7
286 (8* 11* 13* 27* 1) -6 -6 -6 -5 7 1 8 7 5	370 (8* 8* 5* 37* 27* 1) -6 3 -1 5 7 2 -8 -8 -3

371 (7* 53* 27* 1* 1)	0 2 -1 0 -2 0 -5 0 -3	455 (5* 7* 13* 27* 1)	0 4 7 1 4 0 6 8 0
374 (8* 11* 17* 27* 1)	0 3 2 4 5 5 4 5 4	458 (6* 229* 27* 1* 1)	0 3 0 0 0 3 6 -1 -1
377 (4* 13* 29* 27* 1)	0 -3 2 -4 -5 0 -3 -8 -5	461 (4* 461* 27* 1* 1)	0 -3 4 5 3 2 6 6 0
379 (379* 27* 1* 1* 1)	3 0 -8 -8 -4 0 0 -1 1	467 (467* 27* 1* 1* 1)	0 -3 -5 -1 -7 -3 -6 -6 -8
383 (383* 27* 1* 1* 1)	0 -1 0 2 8 5 3 2 2	470 (8* 5* 47* 27* 1)	0 -2 -4 4 2 4 0 8 6
386 (8* 193* 27* 1* 1)	0 -4 -2 3 1 0 4 3 0	473 (4* 11* 43* 27* 1)	0 1 0 1 6 5 5 4 1
389 (4* 389* 27* 1* 1)	0 -3 4 7 2 5 6 7 3	479 (479* 27* 1* 1* 1)	0 7 4 -5 -6 -1 -3 -1 -6
393 (4* 27* 131* 1* 1)	6 -8 -3 6 3 5 8 6 5	482 (8* 241* 27* 1* 1)	0 -3 3 -2 -6 -5 -4 -2 -1
395 (5* 79* 27* 1* 1)	0 -2 0 1 4 6 3 1 7	485 (4* 5* 97* 27* 1)	0 8 3 -2 -3 -2 -5 -6 -4
397 (4* 397* 27* 1* 1)	-3 5 -1 3 -3 0 -2 0 -3	491 (491* 27* 1* 1* 1)	0 -1 -7 3 2 4 4 1 4
398 (8* 199* 27* 1* 1)	0 1 -5 -3 -3 -2 -4 -1 0	493 (4* 17* 29* 27* 1)	3 5 2 -3 6 5 8 5 5
401 (4* 401* 27* 1* 1)	0 -3 -4 -4 -3 -7 -8 -8 0	494 (8* 13* 19* 27* 1)	0 -2 -2 7 4 1 7 3 0
407 (11* 37* 27* 1* 1)	0 -2 6 3 0 0 1 1 6	497 (4* 7* 71* 27* 1)	0 -2 6 2 3 3 8 5 1
410 (8* 5* 41* 27* 1)	0 2 6 -5 -2 -3 -8 -7 -7	499 (499* 27* 1* 1* 1)	3 1 -4 2 7 2 0 4 5
411 (27* 137* 1* 1* 1)	3 4 0 -6 -2 -1 -4 -2 -4	503 (503* 27* 1* 1* 1)	0 0 1 2 0 2 2 4 0
413 (4* 7* 59* 27* 1)	0 0 -4 6 1 3 8 8 8	506 (8* 11* 23* 27* 1)	0 0 -3 1 5 -6 -2 -2 -7
417 (4* 27* 139* 1* 1)	6 3 -5 -2 -2 2 6 1 5	509 (4* 509* 27* 1* 1)	0 0 2 1 1 3 0 7 6
419 (419* 27* 1* 1* 1)	0 3 1 4 -1 -4 -1 -4 -8	515 (5* 103* 27* 1* 1)	0 -4 -1 3 1 5 2 2 1
422 (8* 211* 27* 1* 1)	0 1 8 3 6 7 7 1 6	517 (4* 11* 47* 27* 1)	3 2 -5 -2 0 1 0 7 5
426 (8* 27* 71* 1* 1)	-6 4 6 2 7 3 4 8 0	518 (8* 7* 37* 27* 1)	0 0 1 -1 0 -4 -5 -8 -4
430 (8* 5* 43* 27* 1)	-6 -2 5 -3 -3 -1 -4 -3 -4	519 (27* 173* 1* 1* 1)	9~0 -1 -5 -1 -6 -1 2 4 1
431 (431* 27* 1* 1* 1)	0 2 0 1 2 -4 -8 -2 -3	521 (4* 521* 27* 1* 1)	0 -7 -3 8 7 5 1 2 6
433 (4* 433* 27* 1* 1)	-6 -8 -8 -3 -7 -3 -3 -6 -4	526 (8* 263* 27* 1* 1)	-6 -2 -2 0 -7 -4 -8 -7 -8
434 (8* 7* 31* 27* 1)	0 1 -8 -3 6 1 2 5 2	527 (17* 31* 27* 1* 1)	0 7 8 4 8 3 3 1 2
437 (4* 19* 23* 27* 1)	0 3 -4 -1 0 -2 -3 -6 -7	530 (8* 5* 53* 27* 1)	0 2 -1 -3 -7 -1 -6 -1 -4
439 (439* 27* 1* 1* 1)	-3 -1 1 -4 -5 -2 -7 -1 -8	533 (4* 13* 41* 27* 1)	0 0 3 -3 0 -4 -2 -6 -2
443 (443* 27* 1* 1* 1)	0 -7 5 2 -2 -3 -6 -1 -8	537 (4* 27* 179* 1* 1)	-3 -3 -2 7 6 8 5 2 6
446 (8* 223* 27* 1* 1)	0 -4 -8 -2 4 6 4 4 1	542 (8* 271* 27* 1* 1)	0 4 -3 -2 7 7 4 5 4
449 (4* 449* 27* 1* 1)	0 1 1 8 1 0 -4 -7 -4	543 (27* 181* 1* 1* 1)	-3 -6 -5 -7 -1 -8 -8 -6 -6
451 (11* 41* 27* 1* 1)	-3 2 8 6 3 7 0 0 0	545 (4* 5* 109* 27* 1)	0 8 -1 -1 -8 -8 -8 0 -5
453 (4* 27* 151* 1* 1)	6 -3 -2 -7 -4 3 3 1 3	546 (8* 27* 7* 13* 1)	-6 -2 -3 7 -3 -7 -4 -7 -2

547 (547* 27* 1* 1* 1) 3 8 3 2 3 3 1 7 4	653 (4* 653* 27* 1* 1) 0 6 4 -5 -3 -2 -4 -1 -4
551 (1* 29* 27* 1* 1) 0 -7 4 6 7 5 7 0 8	655 (5* 131* 27* 1* 1) -6 -5 3 0 -3 -5 -1 -3 -6
554 (8* 277* 27* 1* 1) 0 -1 -5 -3 3 8 2 0 1	659 (659* 27* 1* 1) 0 -3 0 5 7 7 1 0 0
557 (4* 557* 27* 1* 1) 0 1 7 3 -7 -5 -2 -7 -4	661 (4* 661* 27* 1* 1) 9~0 -2 -8 0 4 5 0 -8 -2
563 (563* 27* 1* 1) 0 2 3 -5 0 0 5 5 0	662 (8* 331* 27* 1* 1) 0 -5 6 7 8 6 2 2 1
565 (4* 5* 113* 27* 1) -6 0 -1 -8 -1 -8 -2 -7 -4	665 (4* 5* 7* 19* 27) 0 1 -2 4 -3 -2 -6 -4 -2
566 (8* 283* 27* 1* 1) 0 4 0 -3 -1 -6 -4 -1 -5	669 (4* 27* 223* 1* 1) -3 -1 3 5 4 8 -3 -7 -2
569 (4* 569* 27* 1* 1) 0 -2 -8 -6 5 1 1 6 0	670 (6* 5* 67* 27* 1) 3 -6 -5 0 -4 -8 0 0 0
581 (4* 7* 83* 27* 1) 0 -1 -2 -8 3 0 7 7 5	671 (11* 61* 27* 1* 1) 0 2 -6 0 -7 -3 0 -4 -2
586 (8* 293* 27* 1* 1) 9~0 -7 -1 -5 5 0 -4 -8 -2	673 (4* 673* 27* 1* 1) -6 -3 2 -3 -5 -5 -2 -4 -5
587 (587* 27* 1* 1) 0 0 0 -5 -3 -2 -2 -3 -7	674 (8* 337* 27* 1* 1) 0 -1 0 0 -4 -2 -2 -5 -2
590 (6* 5* 59* 27* 1) 0 -2 2 1 7 6 1 5 6	677 (4* 677* 27* 1* 1) 0 2 -1 -8 -5 -4 -5 -7 -4
593 (4* 593* 27* 1* 1) 0 -4 -7 -1 -5 -2 -5 -8 -3	679 (7* 97* 27* 1* 1) 9~0 -1 2 -3 -4 -3 -6 -5 -7
597 (4* 27* 199* 1* 1) 6 -3 -2 0 0 -8 -1 -5 -5	682 (8* 11* 31* 27* 1) 3 4 -2 0 4 3 8 5 6
599 (599* 27* 1* 1) 0 -3 8 8 2 4 2 7 1	683 (683* 27* 1* 1) 0 -3 -3 -7 -8 -6 -8 -7 -3
602 (8* 7* 43* 27* 1) 0 3 -4 -1 -3 4 6 7 5	685 (4* 5* 137* 27* 1) 3 -1 -3 4 5 7 0 1 8
606 (8* 27* 101* 1* 1) 6 2 -5 6 7 6 6 7 5	687 (27* 229* 1* 1) 6 -4 -3 -6 -5 -7 -2 -4 0
610 (8* 5* 61* 27* 1) -6 5 -4 -3 8 7 8 6 7	689 (4* 13* 53* 27* 1) 0 -8 -2 -3 -3 0 8 0 7
611 (13* 47* 27* 1* 1) 0 -3 -8 -3 5 3 1 1 7	695 (5* 139* 27* 1* 1) 0 -1 0 -5 -3 -7 -7 -6 -1
614 (8* 307* 27* 1* 1) 0 2 1 -2 -1 -5 -1 -6 -8	698 (8* 349* 27* 1* 1) 0 0 -7 -5 -7 -4 -4 -3 0
617 (4* 617* 27* 1* 1) 0 3 7 0 8 2 4 5 2	701 (4* 701* 27* 1* 1) 0 1 -2 -7 -3 -2 -6 -6 -4
618 (8* 27* 103* 1* 1) 6 -1 -3 -1 7 3 6 1 1	705 (4* 27* 5* 47* 1) 3 -8 -4 7 5 0 6 4 5
622 (8* 311* 27* 1* 1) 3 -4 8 1 -6 -2 -1 1 0	706 (8* 353* 27* 1* 1) 6 -4 -4 5 1 5 -1 -1 0
623 (7* 89* 27* 1* 1) 0 1 3 1 7 3 5 5 8	707 (7* 101* 27* 1* 1) 0 -8 -8 -2 -5 0 2 7 8
626 (8* 313* 27* 1* 1) 0 5 5 -7 -2 -1 -6 -5 -3	710 (8* 5* 71* 27* 1) 0 -7 0 -6 -2 0 0 4 1
629 (4* 17* 37* 27* 1) 0 -3 -3 3 3 1 1 7 5	713 (4* 23* 31* 27* 1) 0 -6 -4 8 5 7 7 7 1
635 (5* 127* 27* 1* 1) 0 3 -2 -4 -8 -5 -7 -2 -3	714 (8* 27* 7* 17* 1) -6 2 5 8 3 3 0 8 0
638 (8* 11* 29* 27* 1) 0 3 8 3 8 8 6 8 8	718 (8* 359* 27* 1* 1) -6 0 2 8 6 1 7 7 1
641 (4* 641* 27* 1* 1) 0 0 3 8 5 1 -4 -1 -7	719 (719* 27* 1* 1) 0 -4 -6 2 2 1 3 7 6
643 (643* 27* 1* 1) -6 4 6 1 5 0 8 6 6	730 (8* 5* 73* 27* 1) -6 -3 6 -1 -3 -7 -5 -3 -7
647 (647* 27* 1* 1) 0 1 7 -2 -6 -1 -4 -2 -6	731 (17* 43* 27* 1* 1) 0 -5 -4 -7 4 6 8 3 5

